MATEMATICA

Esercizio metacognitivo per il recupero

(percorso applicabile ad un testo relativo a un qualunque contenuto)

a cura di:

ABATI Tino
BINDA Norma
DALLARI Vanna
DE CARLO Lucia
QUARTIERI Pierangela

- MATEMATICA -

ESERCIZIO METACOGNITIVO PER IL RECUPERO

(percorso applicabile a qualsiasi contenuto)

PRELETTURA

1 Leggi il testo analizzando: titolo, sottotitoli, didascalie, grafici, figure, note, ecc

2 Rispondi alle seguenti domande:
- quale grado di difficoltà mi aspetto (facile - medio - difficile) ?
- quanto tempo ritengo di dover impiegare nello studio di questo argomento?

LETTURA

- **RICONOSCIMENTO DELLE PAROLE CHIAVE**

3 Individua e sottolinea le **parole chiave** che:
a) riguardano contenuti già svolti, ma che sono necessari per affrontare il nuovo argomento;
b) riguardano questo contenuto [non limitarti a quelle già evidenziate dal testo]

4 Individua, sottolinea e traduci in linguaggio naturale tuttti i simboli che incontri.

- **RICONOSCIMENTO DI FRASI CHIAVE**

5 Scrivi le definizioni relative alle parole chiave del punto 2. a)

6 Individua ed evidenzia le definizioni presenti nel testo.

CAPACITÀ DI ANALISI E SINTESI

7 Analizza gli esempi e riconosci in ciascuno di essi quali definizioni e/o proprietà sono state utilizzate.

8 Sistema i punti chiave all'interno di uno schema riassuntivo.

RINFORZO DELLA MEMORIA

9 Ripeti ad alta voce i contenuti servendoti dello schema riassuntivo.

AUTOVALUTAZIONE (PARTE TEORICA)

10 Rispondi alle seguenti domande:

- quale grado di difficoltà hai incontrato (facile - medio - difficile) ?
- quanto tempo hai impiegato nello studio di questo argomento?

Confronta le risposte con quelle fornite al punto 2 e valuta se le tue previsioni erano corrette.

11 Rispondi alle domande della *SCHEDA 1* relativa a conoscenza e comprensione.

RINFORZO DELLE ABILITÀ OPERATIVE

12 Esegui gli esercizi proposti nella *SCHEDA 2* e controlla le risposte.

AUTOVALUTAZIONE (PARTE APPLICATIVA)

13 Esegui il test della *SCHEDA 3* e calcola il punteggio ottenuto. Se è insufficiente riprendi dal punto 7, ed esegui il test della *SCHEDA 4* .

<u>SI ALLEGANO</u>:

- *un testo da analizzare: Relazioni e funzioni (tratto da "Le basi della matematica" Vol. 1 - Autori: Zwirner / Scaglianti / Brusamolin - Casa Editrice: Cedam);*
- *schede di esercizi relativi ai punti* 11 *e* 12 *;*
- *schede con test per l'autovalutazione relativi al punto* 13 .

TESTO da ANALIZZARE

" Relazioni e funzioni "

Definizione di relazione

Dati due insiemi, non vuoti, A e B, distinti o no, molte volte è possibile stabilire dei criteri che conducono alla determinazione di alcune particolari coppie ordinate (x, y), con $x \in A$ e $y \in B$.

ESEMPI

$\boxed{1}$ *Dati gli insiemi:*

$$A = \{2, 3, 4\} \quad e \quad B = \{5, 6, 9\},$$

determinare le coppie (x, y), con $x \in A$ e $y \in B$, tali che x sia un divisore di y.

Si ottiene l'insieme delle coppie:

$$\{(2, 6), (3, 6), (3, 9)\},$$

e tale insieme è un sottoinsieme del prodotto cartesiano $A \times B$.

$\boxed{2}$ *Dati gli insiemi:*

$$A = \{1, 2, 3\} \quad e \quad B = \{7, 8\},$$

determinare le coppie (x, y), con $x \in A$ e $y \in B$, tali che $x < y$.

Si ottiene l'insieme delle coppie:

$$\{(1, 7), (1, 8), (2, 7), (2, 8), (3, 7), (3, 8)\},$$

e tale insieme coincide con $A \times B$, che è un sottoinsieme (improprio) di se stesso.

$\boxed{3}$ *Dati gli insiemi:*

$$A = \{1, 2, 3\} \quad e \quad B = \{5, 6\},$$

determinare l'insieme delle coppie (x, y), con $x \in A$ e $y \in B$, tali che x sia multiplo di y.

Evidentemente, in tal caso, l'insieme cercato è *vuoto*, e l'insieme vuoto è un sottoinsieme (improprio) di $A \times B$.

In casi come quelli degli esempi appena visti, si dice che è data una **relazione** tra A e B.

In generale, si dà la seguente:

DEFINIZIONE **Dati due insiemi A e B, quando esiste un «criterio» per associare elementi di A con elementi di B, cioè una «proprietà», che indichiamo con $\mathcal{R}$, verificata da certe coppie (x, y), con $x \in A$ e $y \in B$, si dice che è data una «relazione binaria« di A in B.**

Se la coppia (x, y) verifica(1) la proprietà $\mathcal{R}$, si scrive:

$$x \mathcal{R} y, \quad \text{oppure:} \quad \mathcal{R}(x, y);$$

in caso opposto: $\overline{x \mathcal{R} y}$, oppure: $x \not\mathcal{R} y$.

La relazione $\mathcal{R}$ si dice **binaria** perché è definita fra coppie ordinate (x, y), con $x \in A$ e $y \in B$.

Gli esempi precedenti, inoltre, mettono in luce che tutte le volte che si stabilisce una relazione di A in B, cioè un criterio per associare elementi di un insieme A con elementi di un insieme B, si genera un sottoinsieme del prodotto cartesiano $A \times B$, precisamente quel sottoinsieme delle coppie per le quali x è associato a y, secondo il criterio fissato.

Viceversa, ogni volta che si assegna un sottoinsieme di $A \times B$, resta fissato un certo criterio (o proprietà) per associare elementi di A con elementi di B.

Il sottoinsieme $\mathcal{G}$ di $A \times B$ che contiene le coppie che verificano la relazione $\mathcal{R}$, si chiama «**grafico**» della relazione.

Dal punto di vista logico non vi è però differenza tra «*conoscere la relazione $\mathcal{R}$*» e «*conoscere l'insieme $\mathcal{G} \subseteq A \times B$ delle coppie che verificano $\mathcal{R}$*».

È quindi lecito identificare(2) $\mathcal{R}$ con $\mathcal{G}$ e dire anche:

Si dice relazione di A in B ogni sottoinsieme di $A \times B$.

Le relazioni e i relativi grafici sono rappresentabili con diversi schemi, alcuni dei quali si rifanno, ovviamente, alle rappresentazioni dei prodotti cartesiani, come è messo in evidenza nei seguenti:

(1) Cioè se la proposizione «*x è una relazione con y*» è *vera*.

(2) Anche se, all'occorrenza, si possono tenere distinti i concetti e non privarsi della comodità di pensare ad una relazione nel suo senso più psicologico.

ESEMPI

[1] Siano dati gli insiemi:

$$A=\{1,3,4\};\quad B=\{2,5\},$$

e la relazione:

$$x\,\mathcal{R}\,y:\ x+y \text{ è un numero pari.}$$

Si hanno le seguenti rappresentazioni:

a) *tabulare*:

$$\mathcal{G}=\{(1,5),(3,5),(4,2)\};$$

b) *caratteristica*:

$$\mathcal{G}=\{(x,y)\,|\,(x,y)\in A\times B \text{ e } x+y \text{ numero pari}\};$$

c) *sagittale* (fig. 4.6);

d) *cartesiana* (fig. 4.7).

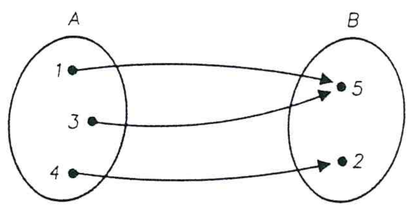


Figura 4.6

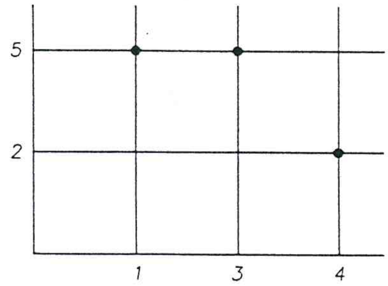


Figura 4.7

[2] Negli insiemi A e B dell'esempio precedente, sia la relazione:

$$x\,\mathcal{R}\,y:\quad x<y.$$

Si ha la rappresentazione *tabulare*:

$$\mathcal{G}=\{(1,2),(1,5),(3,5),(4,5)\},$$

e quelle, *sagittale* e *cartesiana* delle figure 4.8 e 4.9.

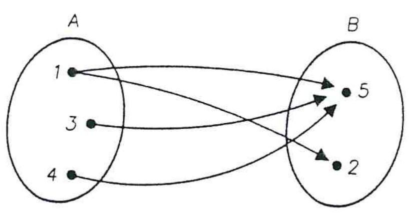


Figura 4.8

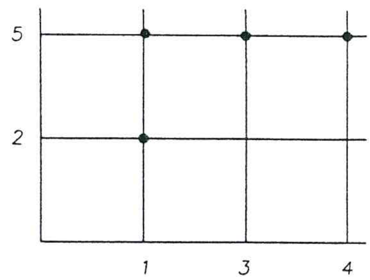


Figura 4.9

Applicazioni o funzioni

Definizione di applicazione o funzione

Tra le relazioni binarie ne esistono alcune particolarmente semplici; si tratta delle *funzioni*, o *applicazioni*, che ora definiamo.

Tale definizione, dopo una secolare e progressiva elaborazione è dovuta, sostanzialmente, a DIRICHLET, ed è di fondamentale importanza per tutto quanto seguirà.

DEFINIZIONE **Dati due insiemi non vuoti A e B, si chiama applicazione o funzione (univoca) di A in B una relazione che fa corrispondere ad ogni elemento x di A, uno e un solo elemento y di B.**

Dare una funzione di A in B significa quindi assegnare due insiemi, A e B, e un procedimento che permette di associare ad *ogni* elemento di A *uno e un solo* elemento di B.

Se indichiamo con f l'applicazione (o funzione) di A in B, l'elemento y di B, che la funzione associa all'elemento x di A, si indica con:

$$y=f(x),$$

o anche semplicemente con $f(x)$, e si legge «*effe di x*».

Per indicare che f è una applicazione o funzione di A in B, si adoperano le scritture:

$$f\colon\ A \rightarrow B, \quad \text{oppure:} \quad A \xrightarrow{f} B, \quad \text{o anche:} \quad f\colon\ x \in A \mapsto f(x) \in B,$$

o, più semplicemente, quando non vi sia luogo ad equivoco:

$$x \mapsto f(x).$$

Si dice che l'applicazione f è definita in A e che prende i suoi valori in B; la lettera x denotante un generico elemento di A, si chiama **variabile** nell'insieme A; $f(x)$ si chiama il **valore** della f in x o anche l'**immagine** di x, per mezzo della f.

Dunque **ogni** elemento $x \in A$ ha la sua immagine in B mediante la f.

Si osservi però che ogni elemento di B non è necessariamente l'immagine di un elemento di A, cioè vi possono essere elementi di B che non sono immagini di alcun elemento di A.

Ne segue, almeno in generale, che l'insieme delle immagini è un sottoinsieme *proprio di* B, che si chiama «*immagine di A in B, tramite f*» e si indica con $f(A)$ (fig. 4.13).

L'insieme $f(A)$ si chiama anche **codominio** della f, mentre A si dice **insieme di definizione** o **dominio** della f stessa.

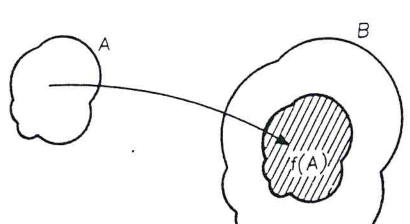


Figura 4.13

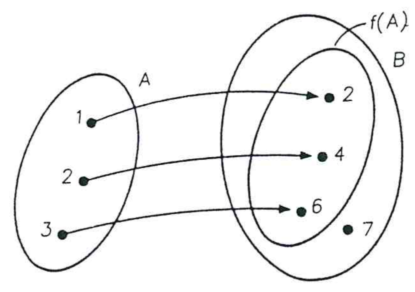


Figura 4.14

Osserviamo, infine, che un elemento di B, appartenente ad $f(A)$, può provenire da più elementi di A, ossia vi possono essere elementi di B che sono immagini di due o più elementi di A.

ESEMPIO

Siano dati gli insiemi:

$$A=\{1, 2, 3\}, \qquad B=\{2, 4, 6, 7\},$$

e la funzione:

$$f\colon\ x \in A \mapsto 2x \in B.$$

Graficamente si ha la figura 4.14.

L'insieme A è il dominio, $f(A)=\{2, 4, 6\}$ è il codominio, con $f(A) \subseteq B$.

Quando alla x si attribuisce un valore numerico a, il corrispondente valore che assume la funzione $f(x)$, si indica con la scrittura $f(a)$.

Così, nel nostro esempio, si ha:

$$f(1)=2\cdot 1=2; \quad f(2)=2\cdot 2=4; \quad f(3)=2\cdot 3=6.$$

Siccome la funzione è una particolare relazione, si potrà parlare del «*grafico*» di una funzione.

Il *grafico* della funzione f è l'insieme delle coppie $(x, f(x))$, quando x «*percorre*» A. Evidentemente, è un sottoinsieme di $A\times f(A)$.

Nel seguito studieremo un modo fondamentale di rappresentare tale grafico.

DEFINIZIONE *Se ogni elemento x di A ha la stessa immagine b in B, la funzione (o applicazione) è detta* **costante**:

$$\forall x\in A: \quad f(x)=b.$$

ESEMPIO

Dati gli insiemi:

$$A=\{1, 2, 3\}, \qquad B=\{3, 2, 5\}$$

e la funzione:

$$f: \quad x\in A\mapsto 5\in B,$$

si ha, per ogni $x\in A$ (fig. 4.15):

$$f(x)=5.$$

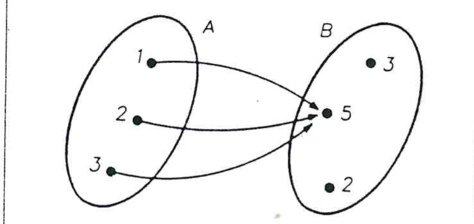


Figura 4.15

Supponiamo, ora, $A=B$.

La relazione:

$$f(x)=x,$$

definisce un'applicazione (o funzione) di A in A che si chiama **applicazione** *(o funzione)* **identica,** *o* **identità,** *o anche* **coincidenza**, *e si indica con I_A (o, semplicemente, con I).*

Il grafico di questa applicazione è la *diagonale* di $A^2=A\times A$.

Per esempio, dato l'insieme:

$$A=\{1, 2, 3\}$$

e la funzione:

$$f: \quad x\in A\mapsto f(x)=x\in A,$$

si hanno le seguenti rappresentazioni di immediata interpretazione (fig. 4.16.a,b) del grafico:

$$\mathcal{G}_f=\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}.$$

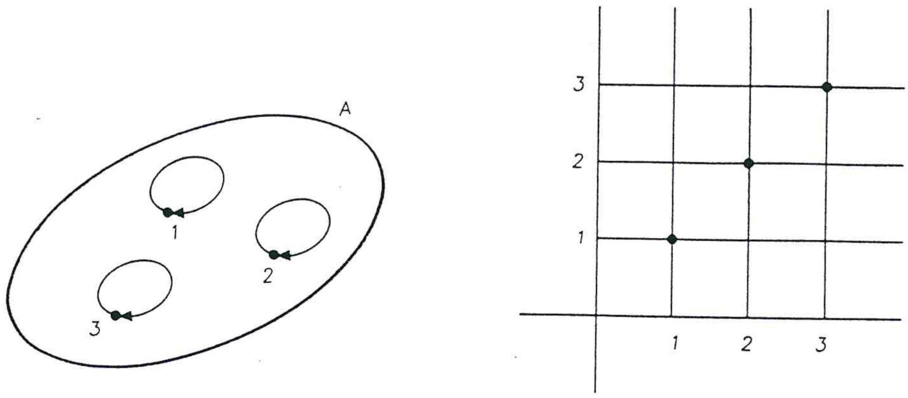


Figura 4.16*a*, *b*

ESEMPI

[1] Se r ed r' sono due rette di un piano, non perpendicolari fra loro, la «*proiezione ortogonale*» di r su r' associa ad ogni punto di r uno e un solo punto di r'. Le immagini dei punti di r sono tutte distinte e si ha: $f(r) = r'$ (fig. 4.17).

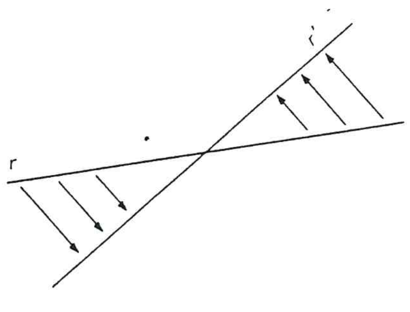


Figura 4.17

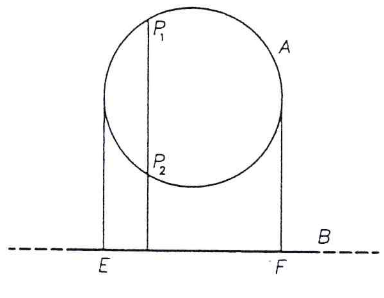


Figura 4.18

[2] Sia A l'insieme dei punti di una circonferenza e B l'insieme dei punti di una retta complanare con la circonferenza.
Consideriamo l'applicazione che ad ogni punto della circonferenza associa la sua «*proiezione ortogonale*» sulla retta (fig. 4.18).
Si noti che esistono punti distinti (come P_1 e P_2) che hanno la stessa immagine; inoltre $f(A)$ è un sottoinsieme proprio di B, cioè il segmento EF.

[3] Se A è un insieme di figli e B quello dei rispettivi padri, la proprietà: «*il figlio* $x \in A$ *ha per padre* $y \in B$» determina una applicazione f di A in B, e risulta $f(A) = B$.
Tale applicazione, invece, non determina in generale un'applicazione di B in A. Perché?

Funzioni suriettive, iniettive, biiettive

Diamo ora tre importanti definizioni:

DEFINIZIONE 1ª **Una funzione (o applicazione):**

$$f\colon\ A \to B,$$

si dice «suriettiva» quando è $f(A)=B$, cioè quando ogni elemento di B è immagine di qualche elemento di A.

Se f è suriettiva si usa anche dire che è funzione di A **su** B.
L'applicazione illustrata nella figura 4.19 è *«suriettiva»*.

ESEMPIO

Se $A=\{1, 2, 3\}$ e $B=\{0, 1\}$, la funzione $f\colon A \to B$, con:

$$f(1)=0, \quad f(2)=0, \quad f(3)=1,$$

è *suriettiva*.

DEFINIZIONE 2ª **Una funzione (o applicazione):**

$$f\colon\ A \to B,$$

si dice «iniettiva» se porta elementi distinti di A in elementi distinti di B.

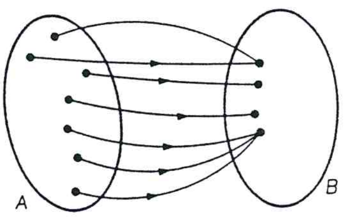


Figura 4.19

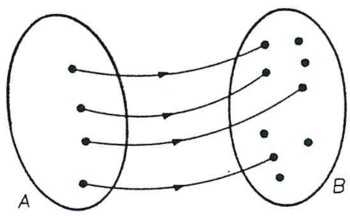


Figura 4.20

L'applicazione illustrata nella figura 4.20 è *«iniettiva»*, perché ad elementi distinti di A associa elementi distinti di B. Si osservi anche che in B ci sono elementi che non sono immagini di elementi di A, cioè l'applicazione non è *suriettiva*.

ESEMPIO

Siano $A=\{1, 2, 3\}$ e $B=\{-1, 0, 1, 2\}$, la funzione $f\colon A \to B$, tale che:

$$f(1)=-1, \quad f(2)=0, \quad f(3)=2,$$

è *iniettiva*, ma *non suriettiva*.

DEFINIZIONE 3ª **Una funzione (o applicazione):**

$$f\colon\ A \to B,$$

si dice «biunivoca» o «biiettiva» quando ogni elemento di B è immagine di un solo elemento di A.

Evidentemente una funzione *«biunivoca»* è tanto *«suriettiva»* quanto *«iniettiva»*.
L'applicazione illustrata nella figura 4.21 è *«biunivoca»*.
Per indicare che f è una funzione biunivoca di A su B, si usa la scrittura:

$$f\colon\ A \leftrightarrow B,$$

ESEMPIO

La funzione (1):

$$f\colon\ \mathbb{N} \to P, \quad \text{con} \quad x \mapsto 2x,$$

è *biiettiva*.

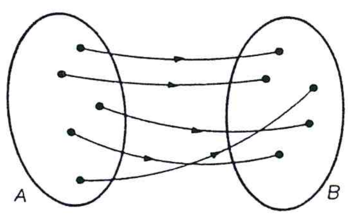


Figura 4.21

SCHEDA 1 CONOSCENZA e COMPRENSIONE

ESERCIZI RELATIVI ALLA PARTE TEORICA

1 Relativamente al paragrafo sulle **relazioni**

a) Quando si può dire che due elementi di un insieme sono in ***relazione*** ?
b) Quando una relazione si definisce ***binaria*** ?
c) Come si scrive che una ***coppia*** verifica una relazione ?
d) Che differenza c'è tra una relazione tra A e B ed il prodotto cartesiano AxB ?
e) In quanti e quali modi possibili puoi ***rappresentare*** gli elementi di una relazione ?

2 Relativamente al paragrafo sulle **funzioni**

a) Quando una relazione si definisce ***funzione*** ?
b) Come si può scrivere una funzione ?
c) Cosa si intende per ***dominio*** e per ***codominio*** di una funzione ?
d) Come si può indicare il codominio di una funzione ?
e) Quando una funzione si definisce ***iniettiva*** ?
f) Quando una funzione si definisce ***suriettiva*** ?
g) Data la funzione $f\colon\ A \to B$ cosa vuol dire che ogni $x \in A$ ha un'immagine distinta ?
h) Data la funzione $f\colon\ A \to B$ cosa vuol dire che ogni $y \in B$ è immagine di almeno un elemento di A ?
i) Può una funzione essere né iniettiva né suriettiva ?

N.B.: Se hai trovato qualche difficoltà a rispondere alle precedenti domande, rileggi il testo facendo particolare attenzione alle ***parole chiave***.

ESERCIZI RELATIVI ALLE SCRITTURE SIMBOLICHE

3 Traduci in simboli le seguenti scritture:

a) La relazione R associa ad $x \in A$ il valore $y \in B$ ottenuto sommando x a 1
b) La funzione f è la funzione ***identità*** nell'insieme dei numeri naturali
c) $3 \in B$ è immagine del valore $a \in A$ nella funzione f
d) la funzione f definita in $A = \{ 2 , 6 , 8 , 9 \}$ associa ad ogni valore $x \in A$ l'inverso preso dall'insieme dei ***reali R***

Risposte all'esercizio **3** *:*

a) $x R y ,\ x \in A ,\ y \in B ,\ y = x + 1$ oppure $R = \{ x R y ,\ x \in A ,\ y \in B ,\ y = x + 1 \}$
b) $f\colon\ N \to N ,\ x \in N \to y = f(x) \in N ,\ y = x$
c) $f\colon\ A \to B ,\ 3 = f(a)$
d) $f\colon\ A \to R ,\ x \in A ,\ y \in R ,\ y = 1 / x$

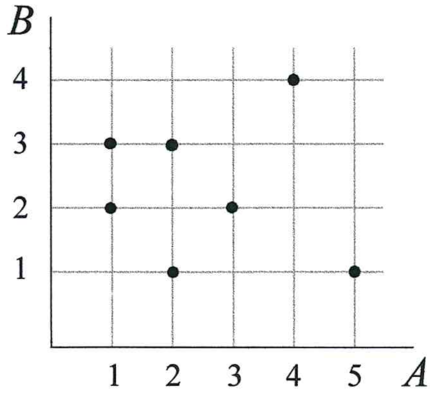
ESERCIZI PROPOSTI

ESERCIZIO 1

Considera la relazione binaria rappresentata a fianco per mezzo del diagramma cartesiano e:

a) rappresentala in forma sagittale;

b) scrivi tutte le coppie della relazione.



ESERCIZIO 2

Dato l'insieme $A = \{ x \in Z \, / \, -4 \leq x \leq +4 \}$, rappresenta in forma cartesiana ciascuna delle seguenti relazioni definite in $A \times A$:

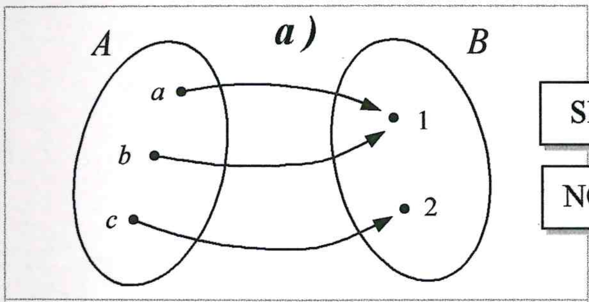
a) " la differenza fra x e y è minore di 2 " con $(x, y) \in A \times A$;

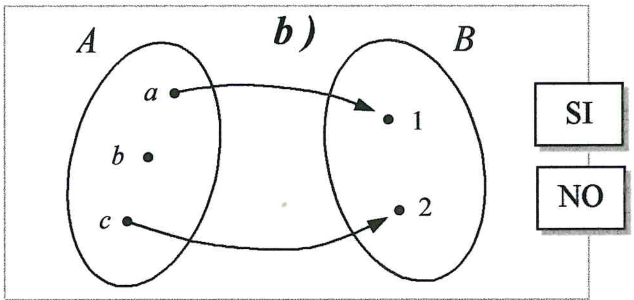
b) $R = \{ (x, y) \in A \times A \, / \, x = y \}$;

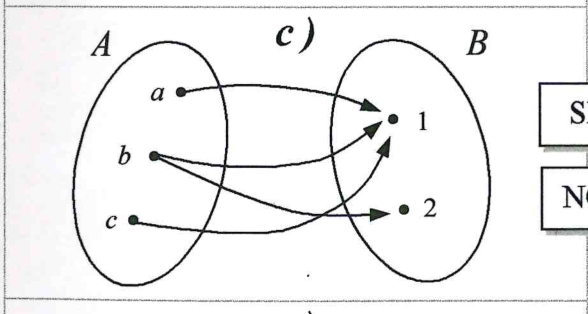
c) " il prodotto fra x e y è 1 " con $(x, y) \in A \times A$.

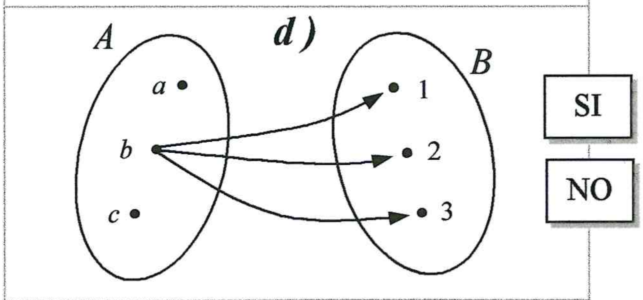
ESERCIZIO 3

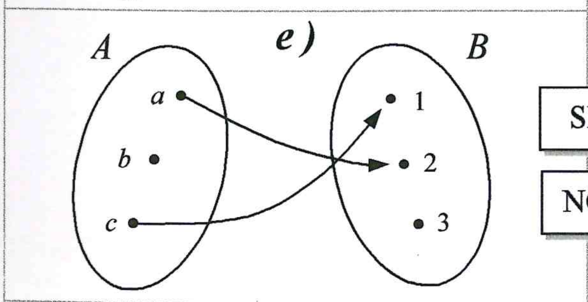
Riconosci se le seguenti relazioni sono funzioni:

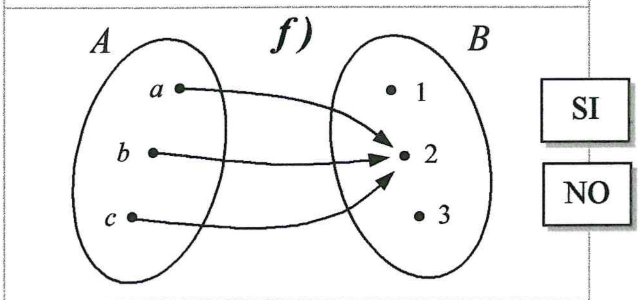


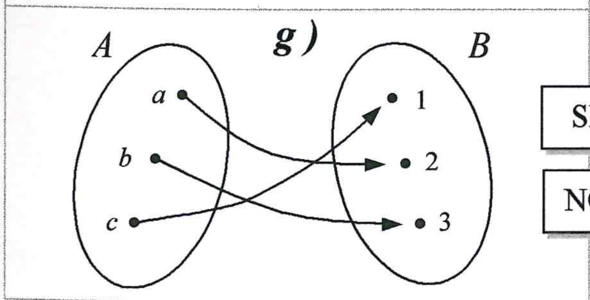


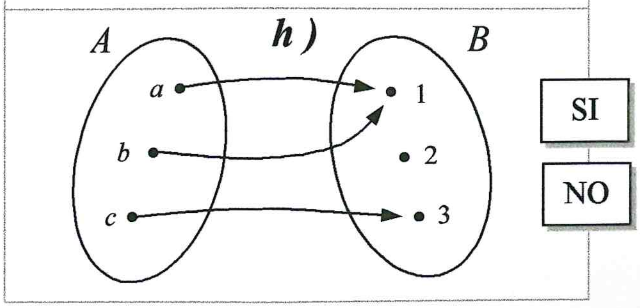








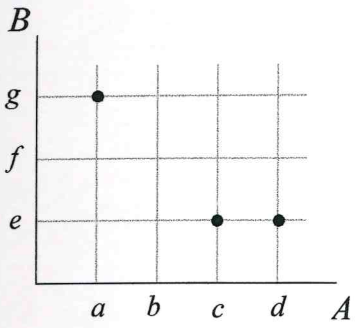




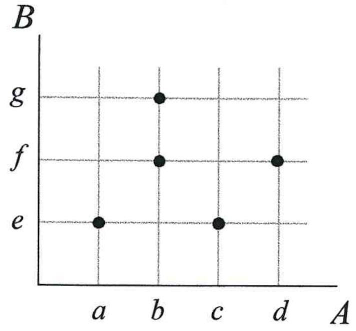
ESERCIZIO 4

Riconosci, tra i seguenti diagrammi cartesiani, quelli che rappresentano funzioni, motivando tutte le risposte:

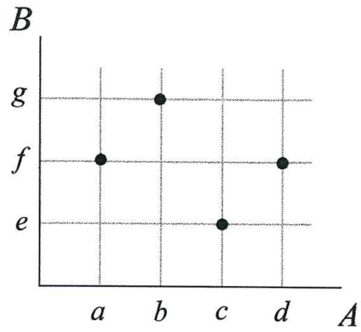
a)



b)



c)



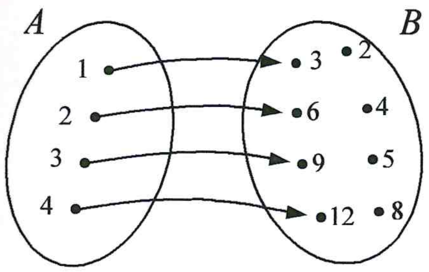
ESERCIZIO 5

Sono dati gli insiemi A={2, 3, 4} e B={a, b, c, d}. Rappresenta in modo sagittale e con un diagramma cartesiano la funzione $f: \mathrm{A} \to \mathrm{B}$ così definita: $a = f(2)$, $b = f(3)$, $c = f(4)$. Determina, infine, il codominio della funzione.

ESERCIZIO 6

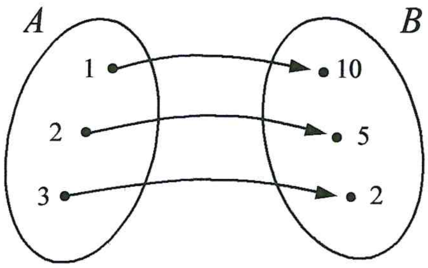
Stabilisci se le seguenti funzioni, definite mediante rappresentazione sagittale, sono iniettive, suriettive o biiettive:

a)



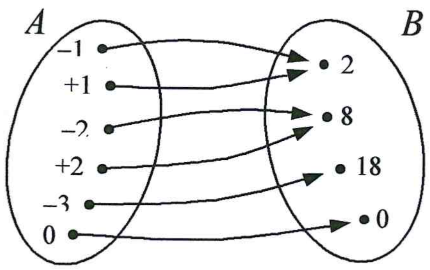
$f: A \to B, \quad y = 3x$

b)



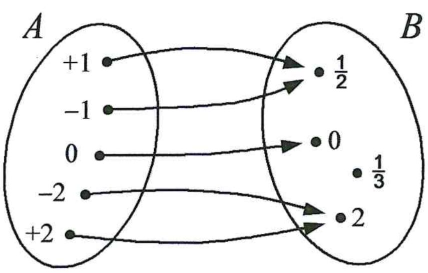
$f: A \to B, \quad x \cdot y = 10$

c)



$f: A \to B, \quad y = 2x^2$

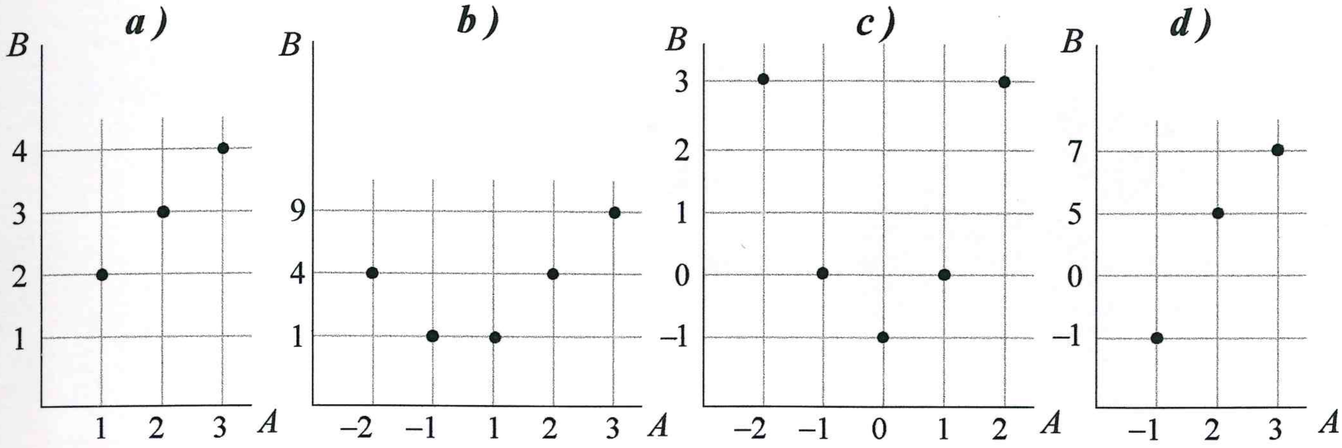
d)



$f: A \to B, \quad y = \frac{1}{2}x^2$

ESERCIZIO 7

Stabilisci se le seguenti funzioni, definite mediante rappresentazione cartesiana, sono iniettive, suriettive o biiettive:



a) $f: A \to B$, $f(x) = x + 1$

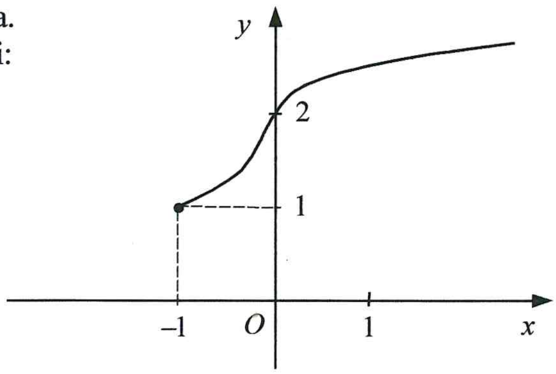
b) $f: A \to B$, $f(x) = x^2$

c) $f: A \to B$, $f(x) = x^2 - 1$

d) $f: A \to B$, $f(x) = 2x + 1$

ESERCIZIO 8

Una funzione $y = f(x)$ ha il grafico indicato in figura. Analizzando il grafico, completa le seguenti affermazioni:



a) $f(-1) =$ .... ; $f($.....$) = 2$;

b) dominio $= \{ x \in \mathrm{R} /$ .... $\}$;

c) codominio $= \{ y \in \mathrm{R} /$ .... $\}$.

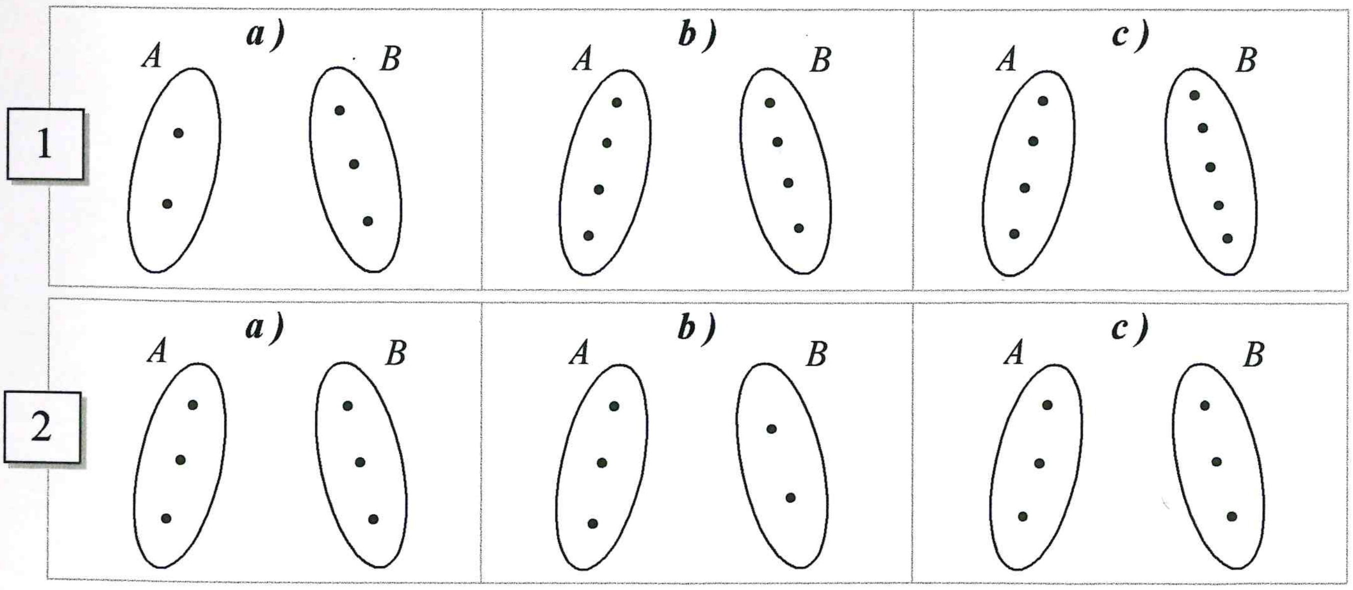
ESERCIZIO 9

Completa con il minor numero di frecce i seguenti diagrammi in modo da ottenere una funzione che abbia le caratteristiche sottoelencate:

a) iniettiva, ma non suriettiva;

b) suriettiva, ma non iniettiva; [Ripeti nei casi $\boxed{1}$ e $\boxed{2}$]

c) iniettiva e suriettiva.



ESERCIZIO 10

Scegli la/le conclusioni corrette per ognuna delle seguenti affermazioni (A e B sono insiemi *finiti*):

1. Se il numero degli elementi di A è maggiore del numero degli elementi di B:
   a) è sempre possibile costruire una funzione iniettiva di A in B;
   b) non si può costruire una funzione iniettiva di A in B;
   c) è sempre possibile costruire una funzione suriettiva di A in B;
   d) non è mai possibile costruire una funzione biiettiva di A in B.

2. Se il numero degli elementi di A è minore del numero degli elementi di B:
   a) è sempre possibile costruire una funzione iniettiva di A in B;
   b) non si può costruire una funzione iniettiva di A in B;
   c) è sempre possibile costruire una funzione suriettiva di A in B;
   d) non è mai possibile costruire una funzione biiettiva di A in B.

3. Se il numero degli elementi di A è uguale al numero degli elementi di B:
   a) è sempre possibile costruire una funzione biiettiva di A in B;
   b) non si può costruire una funzione biiettiva di A in B;
   c) tutte le funzioni di A in B sono iniettive;
   d) tutte le funzioni iniettive di A in B sono suriettive.

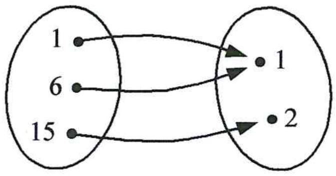
ESERCIZIO 11

Indica, per ciascuna proposizione, se è vera o falsa:

1. Dati: A={3, 2, 4} e B={7, 8, 9}, l'insieme C={(3;7), (2;8), (4;7), (2;9)} è:
   a) una relazione, ma non una funzione;
   b) una funzione, ma non una relazione;
   c) una funzione, e quindi una relazione;
   d) né una funzione, né una relazione.

2. Dato l'insieme A={ 1 , 5 , 10 , 15 }, determina il codominio della funzione $f: \mathrm{A} \to \mathbf{Q}$ individuata dalla legge $y = \frac{1}{3} \cdot x$:
   a) $\left\{ 5, \frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{10}{3} \right\}$;
   b) $\mathbf{Q}$;
   c) $\left\{ \left(1; \frac{1}{3}\right), \left(5; \frac{5}{3}\right), \left(10; \frac{10}{3}\right), \left(15; 5\right) \right\}$;
   d) $\mathbf{Q} - \mathrm{A}$.

3. Il diagramma a fianco rappresenta un funzione:
   a) iniettiva, ma non suriettiva;
   b) solo suriettiva;
   c) biiettiva;
   d) è una relazione, ma non una funzione.

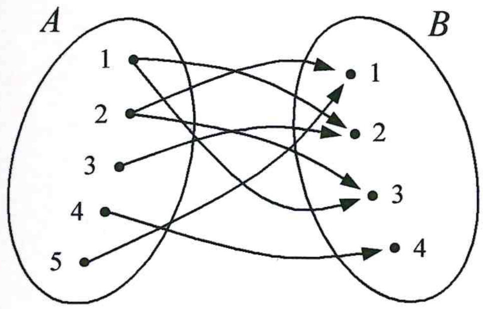


4. Dati gli insiemi A={−1, −2, −3} e B={1, 2, 3} la funzione individuata dalla legge $y = -x$ è:
   a) iniettiva, ma non suriettiva;
   b) solo suriettiva;
   c) biiettiva;
   d) è una relazione, ma non una funzione.

RISPOSTE AGLI ESERCIZI PROPOSTI

ESERCIZIO 1 ***(soluzione)***

a)

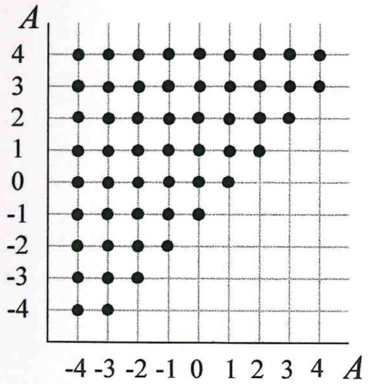


b)

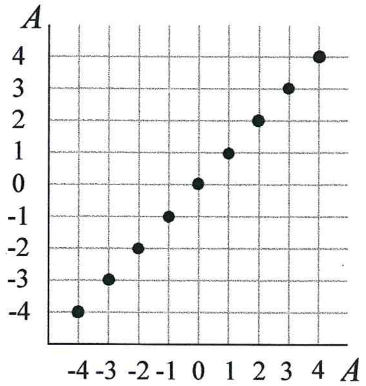
$$R = \left\{ \begin{array}{c} (1\,;2) \\ (1\,;3) \\ (2\,;1) \\ (2\,;3) \\ (3\,;2) \\ (4\,;4) \\ (5\,;1) \end{array} \right\}$$

ESERCIZIO 2 ***(soluzione)***

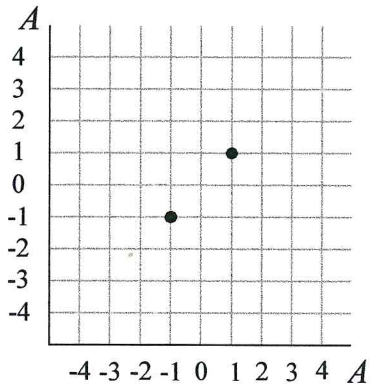
a)



b)



c)



ESERCIZIO 3 ***(soluzione)***

a) si	*b)* no; *b* non ha immagine
c) no; *b* ha due immagini	*d)* no; *b* ha tre immagini; *a* e *c* nessuna
e) no; *b* non ha immagini	*f)* si
g) si	*h)* si

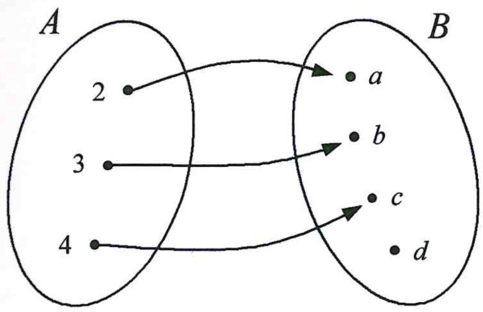
ESERCIZIO 4 ***(soluzione)***

a) non è funzione perché all'elemento $b \in A$ non corrisponde alcun elemento di B;

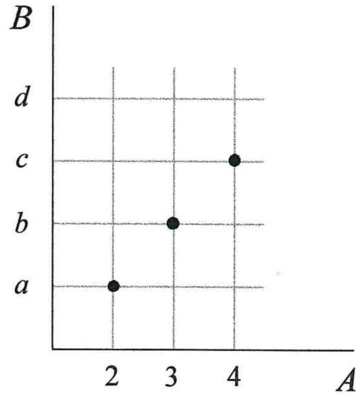
b) non è funzione perché all'elemento $b \in A$ corrispondono due elementi distinti $f, g \in B$;

c) è funzione perché ad ogni elemento di A corrisponde uno ed un solo elemento di B.

ESERCIZIO 5 ***(soluzione)***



codominio = $\{ a, b, c \}$.



ESERCIZIO 6 ***(soluzione)***

a) funzione iniettiva e non suriettiva;

b) funzione iniettiva e suriettiva , quindi biiettiva;

c) funzione non iniettiva e suriettiva;

d) funzione non iniettiva e non suriettiva.

ESERCIZIO 7 ***(soluzione)***

a) funzione iniettiva e non suriettiva;

b) funzione non iniettiva e suriettiva;

c) funzione non iniettiva e non suriettiva;

d) funzione iniettiva e non suriettiva.

ESERCIZIO 8 ***(soluzione)***

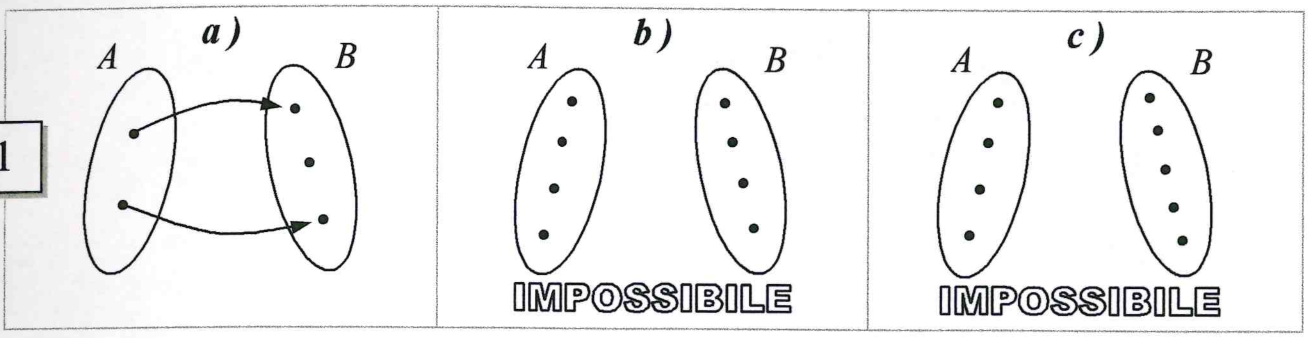
a) $f(-1) = 1$; $f(0) = 2$;

b) dominio $= \{ x \in \mathrm{R} \,/\, x \geq -1 \}$;

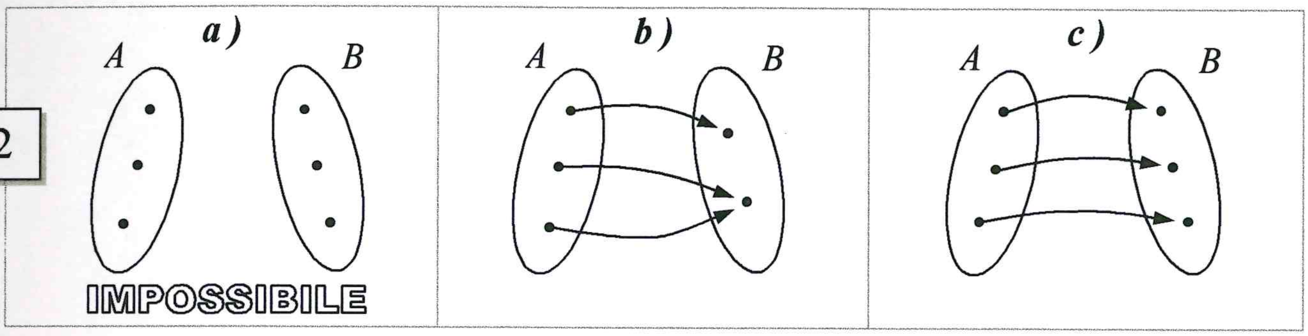
c) codominio $= \{ y \in \mathrm{R} \,/\, y \geq 1 \}$.

ESERCIZIO 9 *(soluzione)*

1



2



ESERCIZIO 10 *(soluzione)*

	a)	*b)*	*c)*	*d)*
1.	F	V	V	V
2.	V	F	F	V
3.	V	F	F	V

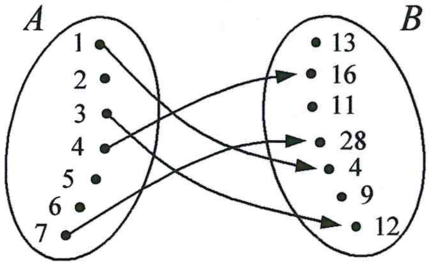
ESERCIZIO 11 *(soluzione)*

	a)	*b)*	*c)*	*d)*
1.	V	F	F	F
2.	V	F	F	F
3.	F	V	F	F
4.	F	F	V	F

SCHEDA 3

TEST DI AUTOVALUTAZIONE

1 La relazione illustrata nel diagramma a fianco è:



a) x è il quadrato di y
b) x è un quarto di y
c) x è il cubo di y
d) x non è in relazione matematica con y

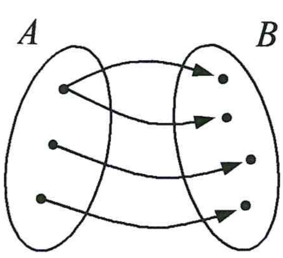
2 Se $x \in \{ 43 ; 16 ; 19 ; 23 \}$ ed $y \in \{ 36 ; 25 ; 49 \}$,
la $R : x R y$ se e sole se " x e y terminano con la stessa cifra ", individua le coppie:

a) (23 ; 43)
b) (49 ; 43) ; (25 ; 23)
c) (16 ; 36) ; (19 ; 49)
d) (36 ; 36) ; (25 ; 25)

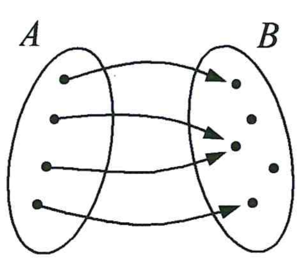
3 Dato l'insieme $I = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 \}$,
qual è la relazione R , definita in I , che individua le coppie (1 ; 3) ; (2 ; 6) ; (4 ; 12) ?

a) $x R y$ se e solo se $y = 3x$
b) $x R y$ se e solo se $y = 3/x$
c) $x R y$ se e solo se $y = x^3$
d) la relazione non può essere definita

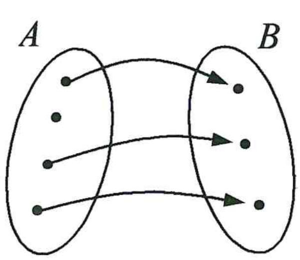
4 Quale dei seguenti diagrammi rappresenta una funzione ?



n. 1



n. 2



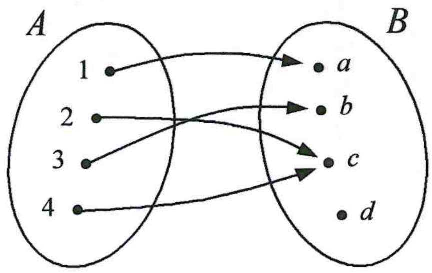
n. 3

a) il n. 1
b) il n. 2
c) il n. 3
d) il n. 1 e il n. 2
e) il n. 1 e il n. 3

5 Data la funzione $f: I \to Q$, con $I = \{ -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 \}$, tale che $y = \dfrac{1 - x^2}{x + 2}$, qual è il valore di $f(-1)$?

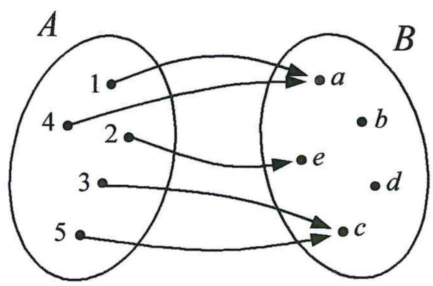
a) -1
b) 2
c) 0
d) non si può calcolare

6 Considera la funzione rappresentata a fianco e stabilisci quali tra le seguenti affermazioni sono Vere e quali False:



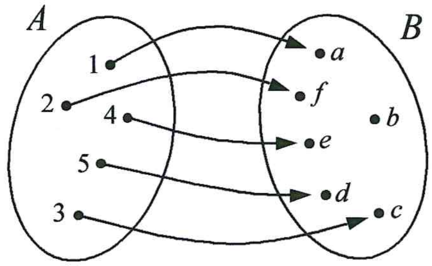
a) 1 ha come immagine a
b) b ha come immagine 3
c) $f(a) = 1$
d) alcuni elementi di A hanno lo stesso corrispondente

7 Nel diagramma a fianco è rappresentata una funzione dall'insieme $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 \}$ all'insieme $B = \{ a ; b ; c ; d ; e \}$. Qual è il suo codominio?



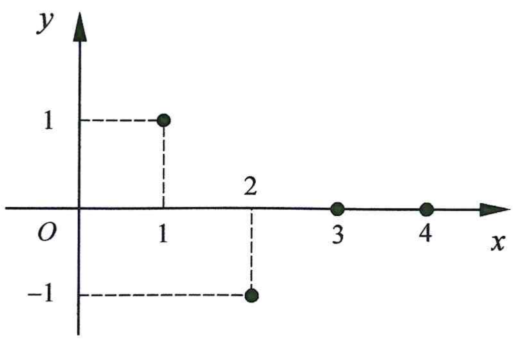
a) $\{ a ; b ; c ; d ; e \}$
b) $\{ b ; d \}$
c) $\{ a ; c ; e \}$
d) $\{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 \}$
e) $\{ 1 ; 3 ; 4 ; 5 \}$

8 Nel diagramma a fianco è rappresentata una relazione dall'insieme $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 \}$ all'insieme $B = \{ a ; b ; c ; d ; e ; f \}$. La relazione è?



a) una funzione iniettiva, ma non suriettiva
b) una funzione suriettiva, ma non iniettiva
c) una funzione biiettiva
d) una funzione non suriettiva e non iniettiva
e) non è una funzione

9 Nel diagramma cartesiano a fianco è rappresentata una relazione dall'insieme $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 \}$ all'insieme $B = \{ -1 ; 0 ; 1 \}$. La relazione è?



a) una funzione iniettiva, ma non suriettiva
b) una funzione suriettiva, ma non iniettiva
c) una funzione biiettiva
d) una funzione non suriettiva e non iniettiva
e) non è una funzione

10 Dati gli insiemi $H = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 \}$ e $K = \{ 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 \}$, si consideri la relazione R tra H e K tale che $x R y$ se e solo se $y = 2x$.
Quali tra le affermazioni seguenti sono corrette ?

a) R è una funzione biiettiva
b) il grafico della R è costituito da 6 coppie
c) R è una funzione iniettiva
d) R non è una funzione

11 Dati gli insiemi $H = \{-2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 \}$ e $K = \{ 2 ; 4 ; 5 ; 9 ; 16 ; 25 \}$, si consideri la relazione R tra H e K tale che $x R y$ se e solo se $y = x^2$.
Quali tra le affermazioni seguenti sono corrette ?

a) R è una funzione
b) R è una funzione biiettiva
c) R è una funzione iniettiva
d) R è una funzione suriettiva

12 Considera le seguenti relazioni definite negli insiemi indicati. Riconosci se ciascuna di esse è una funzione (SI / NO); in caso affermativo, precisane il tipo (suriettiva, iniettiva, biiettiva):

a) $A = \{ -1 ; 1 ; 2 ; 3 \}$, $B = \{ 1 ; 3 ; 4 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto x + 2$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ______________________ **NO**

b) $A = \{ 1 ; 2 ; 3 \}$, $B = \{ 0 ; 1 ; 2 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto x - 1$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ______________________ **NO**

c) $A = \{ 1 ; 2 ; 3 \}$, $B = \{ 1 ; 3 ; 4 ; 5 ; 9 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto x^2$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ______________________ **NO**

d) $A = \{ -1; 1; -2; 2; -3; 3 \}$, $B = \{ 1; 2 ; 3 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto |x|$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ______________________ **NO**

e) $A = \{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 \}$, $B = \{ 1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; 2 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto 1 / x$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ______________________ **NO**

SCHEDA DI CORREZIONE DEL TEST DI AUTOVALUTAZIONE 1

Esercizio N°	1	2	3	4	5	6				7	8	9	10				11				12 a	12 b		12 c		12 d		12 e
Risposta corretta	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*a* V	*b* F	*c* F	*d* V	*c*	*a*	*b*	*a* F	*b* F	*c* V	*d* F	*a* V	*b* F	*c* F	*d* F	*NO*	*SI*	*biiettiva*	*SI*	*iniettiva*	*SI*	*suriettiva*	*NO*
Punti	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2

Punteggio massimo: 41 punti

Punteggio sufficiente: 30 punti

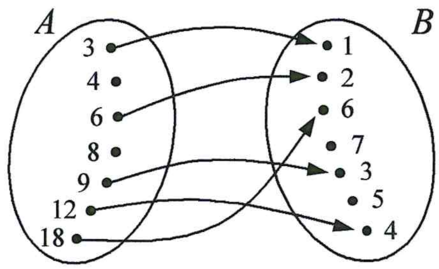
SCHEDA 3 - Risultati test autovalutazione 1

SCHEDA 4

TEST DI AUTOVALUTAZIONE

2

1 La relazione illustrata nel diagramma a fianco è:



a) x è il triplo di y
b) x è un terzo di y
c) x è il cubo di y
d) x non è in relazione matematica con y

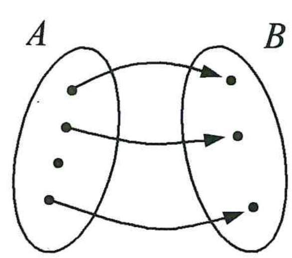
2 Se $x \in \{ 43 ; 16 ; 19 ; 23\}$ ed $y \in \{ 36 ; 25 ; 49\}$,
la $R:\ x R y$ se e sole se " x e y iniziano con la stessa cifra ", individua le coppie:

a) (16 ; 19)
b) (43 ; 49) ; (23 ; 25)
c) (23 ; 25)
d) (49 ; 43) ; (25 ; 23)

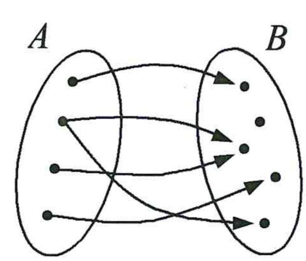
3 Dato l'insieme $I = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 \}$,
qual è la relazione R , definita in I , che individua le coppie (1 ; 1) ; (2 ; 4) ; (4 ; 16) ?

a) $x R y$ se e solo se $y = 2x$
b) $x R y$ se e solo se $y = 2/x$
c) $x R y$ se e solo se $y = x^2$
d) la relazione non può essere definita

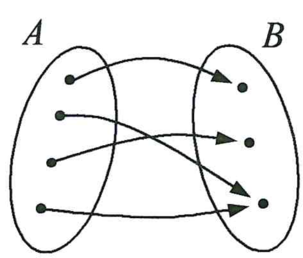
4 Quale dei seguenti diagrammi rappresenta una funzione ?



n. 1



n. 2



n. 3

a) il n. 1
b) il n. 2
c) il n. 3
d) il n. 1 e il n. 2
e) il n. 1 e il n. 3

5 Data la funzione $f: I \to Q$, con $I = \{ -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 \}$, tale che $y = \dfrac{x^2 - 3}{2 - x}$, qual è il valore di $f(-1)$?

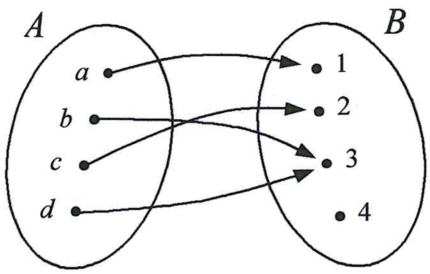
a) -2

b) $-\frac{2}{3}$

c) 0

d) non si può calcolare

6 Considera la funzione rappresentata a fianco e stabilisci quali tra le seguenti affermazioni sono Vere e quali False:



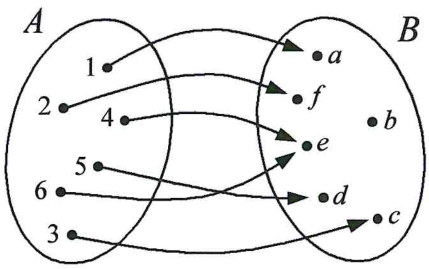
a) 1 ha come immagine a

b) b ha come immagine 3

c) $f(a) = 1$

d) alcuni elementi di A hanno lo stesso corrispondente

7 Nel diagramma a fianco è rappresentata una funzione dall'insieme $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$ all'insieme $B = \{ a ; b ; c ; d ; e ; f \}$. Qual è il suo codominio?



a) $\{ 1 ; 2 ; 3 ; 5 \}$

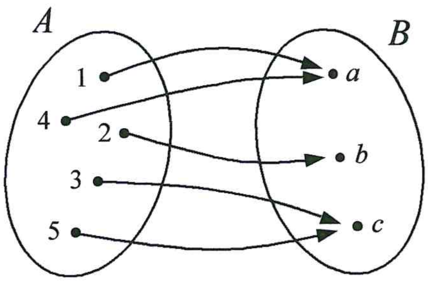
b) $\{ a ; b ; c ; d ; e ; f \}$

c) $\{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$

d) $\{ a ; c ; d ; e ; f \}$

e) $\{ b \}$

8 Nel diagramma a fianco è rappresentata una relazione dall'insieme $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 \}$ all'insieme $B = \{ a ; b ; c \}$. La relazione è ?



a) una funzione iniettiva, ma non suriettiva

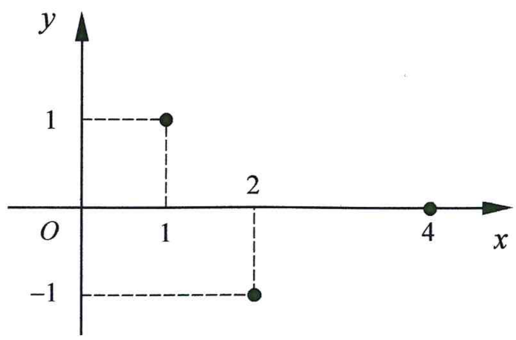
b) una funzione suriettiva, ma non iniettiva

c) una funzione biiettiva

d) una funzione non suriettiva e non iniettiva

e) non è una funzione

9 Nel diagramma cartesiano a fianco è rappresentata una relazione dall'insieme $A = \{ 1 ; 2 ; 4 \}$ all'insieme $B = \{ -1 ; 0 ; 1 \}$. La relazione è ?



a) una funzione iniettiva, ma non suriettiva

b) una funzione suriettiva, ma non iniettiva

c) una funzione biiettiva

d) una funzione non suriettiva e non iniettiva

e) non è una funzione

10 Dati gli insiemi $H = \{ -2 ; -1 ; 0 ; 3 ; 4 ; 6 \}$ e $K = \{ 0 ; 1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 \}$, si consideri la relazione R tra H e K tale che $x R y$ se e solo se $y = 2 + x$.
Quali tra le affermazioni seguenti sono corrette ?

a) R è una funzione biiettiva
b) il grafico della R è costituito da 6 coppie
c) R è una funzione iniettiva
d) R non è una funzione

11 Dati gli insiemi $H = \{ -2 ; 2 ; 4 ; 5 \}$ e $K = \{ -8 ; 8 ; 27 ; 64 ; 125 \}$, si consideri la relazione R tra H e K tale che $x R y$ se e solo se $y = x^3$.
Quali tra le affermazioni seguenti sono corrette ?

a) R non è una funzione
b) R è una funzione biiettiva
c) R è una funzione iniettiva
d) R è una funzione suriettiva

12 Considera le seguenti relazioni definite negli insiemi indicati. Riconosci se ciascuna di esse è una funzione (SI / NO); in caso affermativo, precisane il tipo (suriettiva, iniettiva, biiettiva):

a) $A = \{ 0 ; 1 ; 2 \}$, $B = \{ 1 ; 2 ; 3 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto x + 1$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ____________________ **NO**

b) $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 \}$, $B = \{ -1 ; 1 ; 2 ; 4 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto x - 2$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ____________________ **NO**

c) $A = \{ -4; -1; 2; 3 \}$, $B = \{ 1; 2; 3; 4; 5; 9 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto |x|$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ____________________ **NO**

d) $A = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 \}$, $B = \{ 1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; 2 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto \dfrac{1}{x-1}$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ____________________ **NO**

e) $A = \{ -1; 1; -2; 2; -3; 3 \}$, $B = \{ 1; 4 ; 9 \}$
$f : A \to B$ con $f : x \mapsto x^2$

la relazione è una funzione ?
SI, tipo: ____________________ **NO**

SCHEDA DI CORREZIONE DEL TEST DI AUTOVALUTAZIONE 2

Esercizio N°	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**				**7**	**8**	**9**	**10**				**11**				**12 *a***		**12 *b***	**12 *c***		**12 *d***	**12 *e***	
Risposta corretta	*a*	*b*	*c*	*c*	*b*	*a* F	*b* V	*c* V	*d* V	*d*	*b*	*c*	*a* F	*b* F	*c* F	*d* V	*a* F	*b* F	*c* V	*d* F	*SI*	*biiettiva*	*NO*	*SI*	*iniettiva*	*NO*	*SI*	*suriettiva*
Punti	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1

Punteggio massimo: 41 punti

Punteggio sufficiente: 30 punti

Titolo: Esercizio metacognitivo per il recupero

Sottotitolo: Autonomia per l'innovazione